

Efecto de las capacidades parásitas a tierra en las medidas de impedancia eléctrica con dos terminales

Carles Aliau y Ramon Pallàs Areny

Resumen—Al medir resistores que por su valor elevado tienen una pantalla conectada a tierra, mediante dos contactos óhmicos de baja impedancia frente a la del resistor medido, aparece una componente inductiva cuyo valor, según la bibliografía clásica, depende del valor de la resistencia y de la capacidad parásita entre el cuerpo del resistor y la pantalla.

En este trabajo se investiga el efecto similar que cabe esperar al medir la impedancia de un volumen conductor mediante dos terminales, ninguno de los cuales está conectado a tierra, y debido al acoplamiento capacitivo entre dicho volumen y tierra, cuando además se tiene en cuenta la impedancia de los electrodos de medida. Se demuestra teórica y experimentalmente que dicho acoplamiento introduce componentes resistivas, capacitivas e inductivas nuevas, cuyos valores dependen de la impedancia que se mide, de la capacidad parásita a tierra y de la impedancia de los contactos. Estos componentes explican la aparición de valores de fase positivos al medir la impedancia a alta frecuencia, que se suelen considerar un artefacto por cuanto el material (no magnético) se modela como una red RC sin efectos inductivos. El error en la medida de la resistencia del volumen conductor disminuye cuando la capacidad parásita a tierra es muy pequeña respecto a la de los electrodos, salvo si la conductividad del material es muy grande. Los planos de tierra cercanos al volumen afectan a la medida de una forma incontrolada.

Palabras clave—medida de impedancia, acoplamiento a tierra, capacidad parásita, impedancia de electrodo, volumen conductor.

I. INTRODUCCIÓN

LAS medidas de impedancia eléctrica permiten caracterizar componentes electrónicos y estudiar las propiedades eléctricas de materiales sólidos y líquidos dispuestos en portamuestras o celdas de medida, o in situ. Son también el fundamento de muchos sensores industriales y de algunas medidas de parámetros fisiológicos. Cuando estas medidas se basan en la aplicación directa de la ley de Ohm y se realizan con dos terminales, su exactitud está limitada principalmente por [1]: (1) la resistencia de los contactos (cables de conexión, electrodos, etc.) entre los terminales de medida y el material o componente que se está midiendo; (2) la impedancia parásita directa entre los dos terminales de medida (impedancia de fugas); y (3) las impedancias parásitas entre el material o componente que se está midiendo y su entorno. Estos efectos se conocen desde hace muchos años y así, por ejemplo, en [2]

se advierte que al medir con un puente de alterna resistores que tengan una pantalla conectada a tierra, por ejemplo por tratarse de resistores de alto valor óhmico, en la impedancia medida aparece una componente inductiva cuyo valor depende del valor de la resistencia y de la capacidad parásita desde el cuerpo del resistor a la pantalla. De este resultado se deduce que al medir cualquier impedancia entre dos terminales ninguno de los cuales está conectado a tierra, el resultado puede verse afectado por la capacidad parásita a tierra desde el componente o material medido.

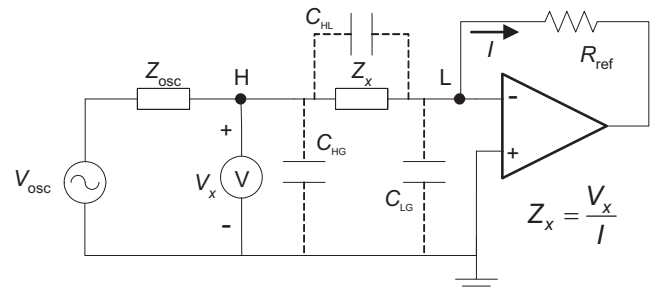


Fig. 1. Medida de impedancia con dos terminales (H y L) basada en aplicar una tensión y medir la corriente resultante. El convertidor corriente-tensión no es un simple amplificador operacional sino un circuito más complejo.

Un circuito habitual para medir impedancias por debajo de unos 50 MHz, y utilizado en la mayoría de los analizadores y medidores de impedancia comerciales, consiste en un puente (o, más bien un pseudopuente) con equilibrado automático (*autobalancing bridges*), cuyo principio de funcionamiento se muestra en la fig. 1 [3] [4]: se aplica una tensión alterna en el terminal “alto” H y se mide la corriente que sale por el terminal “bajo” L, que es mantenido a un potencial de 0 V (“tierra virtual”), de manera que dividiendo la tensión en H (tensión entre H y L) por la corriente en L se obtiene la impedancia desconocida, Z_x . Aunque este circuito no es inmune a la capacidad parásita C_{HL} entre los terminales H y L [3], porque queda en paralelo con la impedancia desconocida, sí lo es a las capacidades parásitas entre los terminales de medida y tierra (C_{HG} , C_{LG}) [5], que suelen ser mayores que C_{HL} , lo cual explica la popularidad de este método de medida. No obstante, dado que ninguno de los dos terminales entre los que se mide la impedancia está conectado a tierra, cabe esperar que aparezcan efectos análogos a los descritos en [2], porque si desde el cuerpo de la impedancia se deriva una corriente apreciable a tierra, esta corriente no circulará por L, de modo que no será detectada, y el menor valor de I se interpretará, erróneamente, como una Z_x mayor de lo que es realmente. Este puede ser el caso, por ejemplo, al medir en un

volumen conductor, pues su capacidad parásita a tierra puede ser considerable.

En este trabajo se estudia el efecto del acoplamiento capacitivo a tierra desde una impedancia que se mide mediante dos terminales, ninguno de los cuales está conectado a tierra, cuando además se tiene en cuenta la impedancia de los contactos o electrodos de medida. Esta situación tiene un gran interés al medir en volúmenes conductores en general, y en particular, bioimpedancias, y no fue estudiada en [2], porque allí se trataba de medir resistores mediante contactos óhmicos, de baja impedancia frente a la del componente medido.

II. MODELO DE UNA IMPEDANCIA ELÉCTRICA MEDIDA CON DOS TERMINALES

La impedancia Z_x de cualquier material homogéneo y no magnético se puede describir mediante una resistencia R_x y una capacidad C_x en paralelo [6]: la resistencia es función de la conductividad eléctrica (σ) del material, mientras que la capacidad depende de su permitividad eléctrica (ϵ). Dado que esta resistencia y capacidad tienen el mismo factor geométrico (misma constante de celda), la constante de tiempo $R_x C_x$ es independiente de la forma del material y sólo cambia con σ o ϵ . Si la conductividad del material es alta, $R_x C_x$ es pequeña y R_x domina frente a C_x hasta frecuencias muy altas, de modo que Z_x se comporta como una resistencia pura en un amplio margen de frecuencias. Esta es la situación habitual al medir en muchos materiales y es la considerada aquí.

Para medir la impedancia Z_x mediante dos terminales hay que poner dos contactos (para un conductor) o dos electrodos (para un electrolito), cada uno de los cuales añade una impedancia Z_e , que en una primera aproximación se puede modelar también como una resistencia R_e en paralelo con una capacidad C_e [7]. Aunque esta Z_e es básicamente un estorbo para medir Z_x , su conocimiento puede ser útil para evaluar la degradación de los contactos o de los electrodos. En cualquier caso, cuando Z_e es la impedancia de un contacto óhmico, se puede estimar midiendo la impedancia en ausencia del material (contactos unidos directamente entre sí) y luego descontarla del resultado; pero cuando Z_e es la impedancia de una interfaz electrodo-electrolito, no se puede estimar su valor calibrando sin la muestra por cuanto surge precisamente del contacto entre el electrodo y la muestra [7]. En una interfaz electrodo-electrolito, el valor de C_e puede ser de decenas de microfarads y el de R_e de sólo decenas de ohms [7].

Por otra parte, la capacidad parásita a tierra puede ser importante por ejemplo al medir en el cuerpo humano, donde alcanza valores de centenas de picofaradios [8] [9], y ha sido sugerida como una posible fuente de interferencia en las medidas de bioimpedancia por varios autores [10] [11]. Este acoplamiento a tierra habría que modelarlo como una capacidad distribuida desde el cuerpo del conductor a tierra [2], pero para simplificar el análisis se suele considerar una capacidad a tierra C_t concentrada en un punto intermedio de la impedancia que se va a medir; en [2] se demuestra que la

diferencia en suponer una capacidad concentrada o distribuida sólo afecta al valor de esta capacidad. Por lo tanto, si las condiciones electromagnéticas de medida permiten una aproximación casi-estática—dimensiones de los circuitos (incluyendo el objeto medido) mucho menores que la longitud de onda— [12], el circuito equivalente completo es el de la figura 2, donde: R_e y C_e representan la impedancia del contacto o electrodo; $R_1 + R_2 = R_x$ es la resistencia que se desea medir; y C_t es la capacidad de acoplamiento a tierra desde R_x , considerada desde un punto intermedio de ésta, que será el centro o no según sea la distribución de potencial en R_x , es decir, $R_1 = \alpha R_x$, $R_2 = (1 - \alpha) R_x$; cuando $\alpha = 0,5$ tendremos $R_1 = R_2$ y C_t está centrada. Se considera que la capacidad parásita (directa) entre electrodos es muy pequeña.

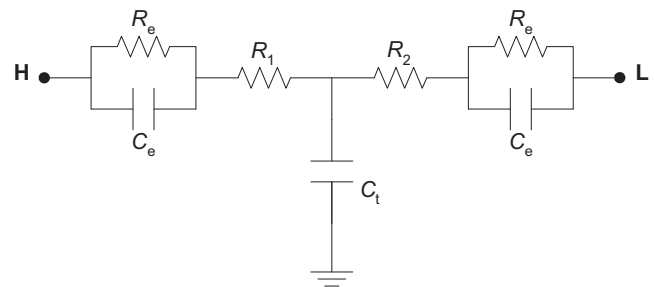


Fig. 2. Modelo de una impedancia resistiva (R_1 , R_2) medida entre dos terminales H y L empleando dos electrodos iguales, cuando se considera el acoplamiento capacitivo C_t desde la impedancia a tierra.

Utilizando la transformación estrella-triángulo, la impedancia entre H y L es

$$Z_{HL}(j\omega) = R_x + \frac{2R_e}{1 + j\omega R_e C_e} + \frac{j\omega R_e^2 C_t}{(1 + j\omega R_e C_e)^2} + \frac{j\omega R_x R_e C_t}{1 + j\omega R_e C_e} + j\omega \alpha (1 - \alpha) R_x^2 C_t \quad (1)$$

que se puede representar mediante el circuito equivalente de la fig. 3. Resulta, pues, que al considerar en la fig. 2 el acoplamiento a tierra (C_t), la impedancia medida entre los terminales H y L incluye elementos resistivos, capacitivos e inductivos nuevos; estos últimos son especialmente sorprendentes porque el circuito original sólo contiene resistencias y capacidades. Esos componentes nuevos han sido considerados como artefactos por algunos autores. En [13], por ejemplo, que trata sobre el modelo equivalente de dos terminales para una célula electroquímica de tres terminales, se atribuye su origen al acoplamiento capacitivo directo entre cada par de terminales, y no se considera el acoplamiento a tierra.

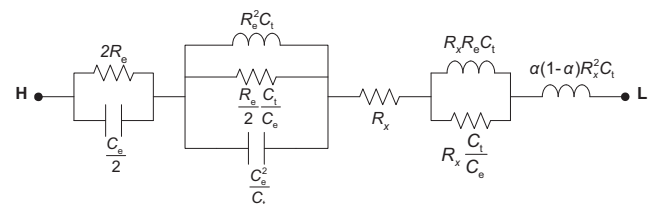


Fig. 3. Impedancia equivalente entre los terminales H y L en la fig. 2. Las impedancias entre H y tierra, y entre L y tierra, no se tienen en cuenta porque en un circuito como el de la fig. 1 no repercuten apenas en el resultado.

La parte real y la parte imaginaria de Z_{HL} son, respectivamente,

$$\text{Re } Z_{HL}(\omega) = R_x + \frac{2R_e}{1 + (\omega R_e C_e)^2} + \left\{ \frac{2(\omega R_e C_e)^2}{[1 + (\omega R_e C_e)^2]^2} \right\} R_e \frac{C_t}{C_e} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & + \left[\frac{(\omega R_e C_e)^2}{1 + (\omega R_e C_e)^2} \right] R_x \frac{C_t}{C_e} \\ \text{Im } Z_{HL}(\omega) = & \left[\frac{-\omega R_e C_e}{1 + (\omega R_e C_e)^2} \right] 2R_e + \left\{ \frac{\omega R_e C_e [1 - (\omega R_e C_e)^2]}{[1 + (\omega R_e C_e)^2]^2} \right\} R_e \frac{C_t}{C_e} \quad (3) \\ & + \left[\frac{\omega R_e C_e}{1 + (\omega R_e C_e)^2} \right] R_x \frac{C_t}{C_e} + \omega \alpha (1 - \alpha) R_x^2 C_t \end{aligned}$$

Cuando $C_t/C_e \ll 1$, que es lo habitual al medir con electrodos, las expresiones anteriores se pueden aproximar por

$$\text{Re } Z_{HL}(\omega) \Big|_{\frac{C_t}{C_e} \ll 1} \approx R_x + \frac{2R_e}{1 + (\omega R_e C_e)^2} \quad (4)$$

$$\text{Im } Z_{HL}(\omega) \Big|_{\frac{C_t}{C_e} \ll 1} \approx \left[\frac{-\omega R_e C_e}{1 + (\omega R_e C_e)^2} \right] 2R_e + \omega \alpha (1 - \alpha) R_x^2 C_t \quad (5)$$

y el circuito equivalente es el de la fig. 4. Se observa que si el acoplamiento capacitivo a tierra es pequeño comparado con la capacidad de los electrodos, la impedancia medida es la de los electrodos en serie con R_x más un término inductivo que depende de R_x y C_t pero no de los electrodos (Z_e), de modo que será muy pequeño por serlo C_t , salvo si se mide una resistencia grande.

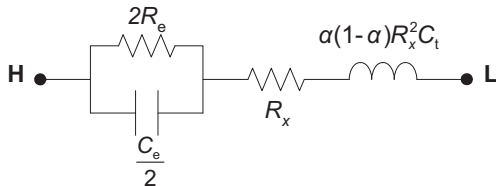


Fig. 4. Impedancia equivalente entre los terminales H y L en la fig. 2 cuando $C_t/C_e \ll 1$.

Si en cambio $C_e = 0$, tal como sucede en contactos óhmicos, $\text{Re } Z_{HL}(\omega) \Big|_{C_e=0} = R_x + 2R_e$ (6)

$$\text{Im } Z_{HL}(\omega) \Big|_{C_e=0} = \omega C_t [R_e^2 + R_x R_e + \alpha(1 - \alpha) R_x^2] \quad (7)$$

Es decir, por una parte la resistencia de los contactos se suma a la resistencia desconocida R_x y por otra parte aparece una componente inductiva que aumenta al hacerlo la capacidad a tierra (C_t), R_x , y la resistencia de los contactos (R_e). Este es el resultado clásico publicado en [2].

III. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN

Para validar este modelo se han realizado dos experimentos: (1) medida de una red RC como la de la fig. 2 formada por componentes discretos con los siguientes valores medidos:

$R_e = 126,5 \pm 0,1 \, \Omega$ y $127,1 \pm 0,1 \, \Omega$ a 1 kHz

$C_e = 95,9 \pm 0,1 \, \text{nF}$ y $101,0 \pm 0,1 \, \text{nF}$ a 50 kHz

$R_1 = 998,0 \pm 1,0 \, \Omega$ y $R_2 = 997,9 \pm 1,0 \, \Omega$ a 1 kHz

$C_t = \{0 \, \text{pF}, 10,2 \pm 0,1 \, \text{pF}, 105,7 \pm 0,3 \, \text{pF}\}$ a 1 MHz

Los valores medios de R_e y C_e son $126,8 \, \Omega$ y $98,5 \, \text{nF}$, respectivamente y $R_x = R_1 + R_2 = 1995,9 \, \Omega$; y (2) medida de un volumen conductor consistente en un tubo de PVC de 32,2 mm y 26,8 mm de diámetro exterior e interior respectivamente, y 24,5 cm de longitud, lleno de agua de conductividad $1,30 \pm 0,01 \, \text{dS/m}$, medida con un conductímetro WTW modelo Multi 340i y sonda Tetracon® 325; el contacto con el agua se hacía con dos electrodos cilíndricos de cobre estañado y 4 mm de diámetro, separados 75 mm, que penetraban 4 mm a través de la pared del tubo. En la parte exterior de tubo había un anillo de cobre de 20 mm de anchura centrado entre los dos electrodos, que se podía dejar al aire o conectar a tierra para forzar así un valor de C_t grande. Todas las impedancias se han medido entre 100 Hz y 100 MHz con un analizador de impedancias Agilent modelo 4294A.

Los valores de la parte real y la parte imaginaria a distintas frecuencias y para distintos valores del acoplamiento a tierra (C_t) se muestran en la Tabla 1 y están representados en la figuras 5 (parte real) y 6 (parte imaginaria). Cuando $C_t = 0$, los tres componentes de la red (R_e , C_e y R_x) se pueden determinar midiendo a tres frecuencias distintas: a baja frecuencia (100 Hz), $\text{Re } Z = R_x + 2R_e = 2249,5 \, \Omega$, a alta frecuencia (1 MHz), $\text{Re } Z = R_x = 1995,9 \, \Omega$, de modo que restando se obtiene $2R_e = 253,6 \, \Omega$, $R_e = 126,8 \, \Omega$, y buscando la frecuencia de corte de Z_e , donde se cumple $\text{Re } Z = R_x + R_e = 2122,7 \, \Omega$. Esa frecuencia resulta ser de unos 12,8 kHz (Tabla 1), y dado

	$C_t = 0 \, \text{pF}$		$C_t = 10,2 \, \text{pF}$		$C_t = 105,7 \, \text{pF}$	
Frecuencia	Re Z (Ω)	Im Z (Ω)	Re Z (Ω)	Im Z (Ω)	Re Z (Ω)	Im Z (Ω)
100,0 Hz	2249,5	-3,1	2249,5	-3,1	2249,5	-3,1
12,8 kHz	2122,4	-125,5	2123,5	-124,6	2122,3	-115,6
100,0 kHz	2000,6	-31,7	2002,4	-25,7	2000,7	34,4
400,0 kHz	1996,2	-9,1	1998,9	16,4	1996,5	255,7
1,0 MHz	1995,9	-5,3	2000,3	58,6	1996,3	656,9

Tabla 1. Valor experimental de la parte real y la parte imaginaria de la impedancia de la red de la fig. 2 cuando $R_e = 126,5 \pm 0,1 \, \Omega$ y $127,1 \pm 0,1 \, \Omega$, $C_e = 95,9 \pm 0,1 \, \text{nF}$ y $101,0 \pm 0,1 \, \text{nF}$, $R_1 = 998,0 \pm 1,0 \, \Omega$, $R_2 = 997,9 \pm 1,0 \, \Omega$ y $C_t = \{0 \, \text{pF}, 10,2 \pm 0,1 \, \text{pF}, 105,7 \pm 0,3 \, \text{pF}\}$.

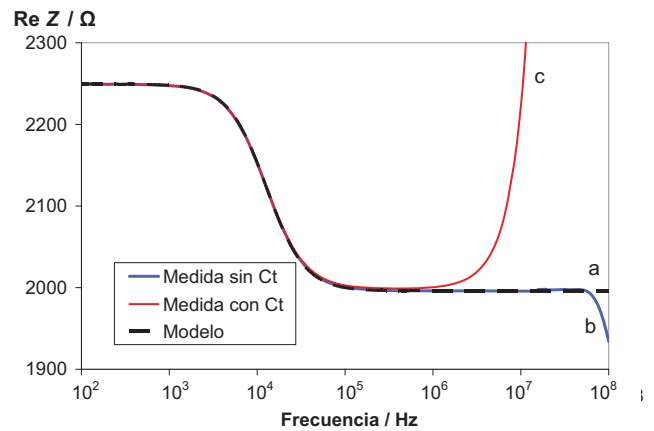


Fig. 5. Valor teórico de la parte real de la impedancia de la red de la fig. 2 cuando $R_e = 126,8 \, \Omega$, $C_e = 98,6 \, \text{nF}$, $R_x = 1995,9 \, \Omega$ y $C_t = 105,7 \, \text{pF}$ (a), y valor experimental medido cuando $C_t = 0 \, \text{pF}$ (sin condensador, sólo la capacidad parásita) (b) y cuando $C_t = 105,7 \, \text{pF}$ (c).

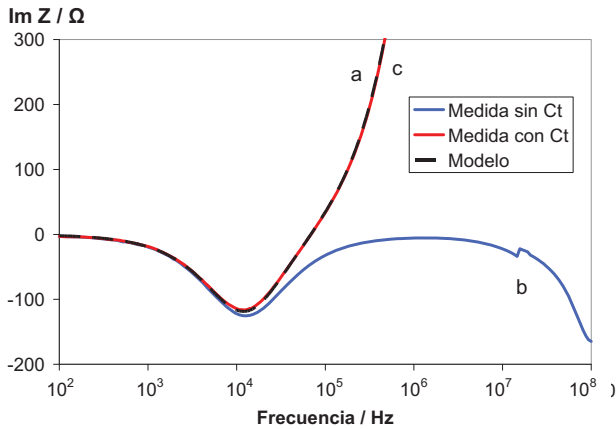


Fig. 6. Valor teórico de la parte imaginaria de la impedancia de la red de la fig. 2 cuando $R_e = 126,8 \Omega$, $C_e = 98,6 \text{ nF}$, $R_x = 1995,9 \Omega$ y $C_t = 105,7 \text{ pF}$ (a), y valor experimental medido cuando $C_t = 0 \text{ pF}$ (sin condensador, sólo la capacidad parásita) (b) y cuando $C_t = 105,7 \text{ pF}$ (c).

que en ella $R_e = (\omega C_e)^{-1}$, resulta $C_e = 98,1 \text{ nF}$. Obsérvese que cuando $C_t = 0$, $\text{Im } Z$ es siempre negativa, como cabe esperar de una red RC simple. A muy alta frecuencia (hacia 100 MHz), tanto la parte real como la parte imaginaria disminuyen, quizá debido a la capacidad parásita en paralelo con R_x , que no se ha tenido en cuenta en el modelo.

Si se añade el acoplamiento a tierra (C_t), el efecto en la parte real es insignificante a baja frecuencia, se nota a 100 kHz cuando $C_t = 105,7 \text{ pF}$, y no se empieza a notar hasta 400 kHz cuando $C_t = 10,2 \text{ pF}$. A esta frecuencia, cuando $C_t = 105,7 \text{ pF}$ hay un offset de $2,7 \Omega$ debido al término resistivo de la ec. (2), porque con $R_x \approx 2000 \Omega$ y $C_t/C_e \approx 0,001$ resulta $R_x C_t/C_e \approx 2 \Omega$. Este error es menor para $C_t = 10,2 \text{ pF}$ porque la relación C_t/C_e es menor. A 1 MHz, el error aumenta tanto para la parte real como para la parte imaginaria, pero esta última es mucho más sensible. Esta sensibilidad de la parte imaginaria también se observa cuando $C_t = 0 \text{ pF}$, porque a la frecuencia de corte de Z_e (12,8 kHz), sus partes real e imaginaria tendrían que ser iguales, y sin embargo $|\text{Im } Z| = 125,5 \Omega$ y $R_e = 126,8 \Omega$; esta diferencia es debida a la capacidad parásita a tierra desde el nodo donde R_1 se conecta con R_2 .

Si con los valores obtenidos de R_e , C_e , y R_x , y el valor medido de $C_t = 105,7 \text{ pF}$ (condensador cerámico) se compara el modelo descrito por las ecuaciones (4) y (5) con las

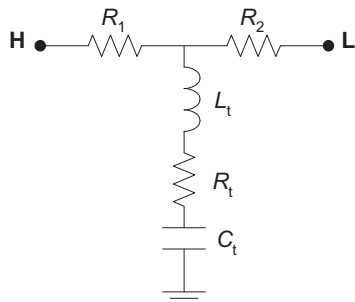


Fig. 7. Modelo del circuito de conexión a tierra de la red de la fig. 2 mediante un condensador cuando se tienen en cuenta la inductancia y resistencia de la conexión.

medidas con acoplamiento (figuras 5 y 6), se observa que para la parte imaginaria hay una buena coincidencia. En particular, a partir de 70 kHz el valor de la parte imaginaria es positivo, lo cual es un efecto de la inductancia en serie predicho por el modelo, ec. (4). Para la parte real, en cambio, a baja frecuencia el modelo y la medida coinciden, pero hacia 1 MHz el modelo predice un valor constante y en cambio el valor medido va aumentando con la frecuencia.

Una posible explicación para este comportamiento anómalo de la parte real a alta frecuencia puede ser la inductancia y la resistencia de la conexión a tierra mediante C_t (fig. 7). Dado que es un efecto observado a altas frecuencias, se ha supuesto que la impedancia de los electrodos es despreciable. Si se cumplen $\omega \ll (R_t C_t)^{-1}$ y $\omega \ll (L_t C_t)^{-0,5}$, la impedancia y su parte real son:

$$Z_{HL}(j\omega) \Big|_{\omega \gg \frac{1}{R_e C_e}} = R_x + \frac{j\omega\alpha(1-\alpha)R_x^2 C_t}{(1-\omega^2 L_t C_t) + j\omega R_t C_t} \quad (8)$$

$$\text{Re } Z_{HL}(\omega) \Big|_{\omega \ll \frac{1}{\sqrt{L_t C_t}}} \approx R_x + \omega^2 \alpha(1-\alpha) R_x^2 R_t C_t^2 \quad (9)$$

Para minimizar L_t y R_t se puede utilizar un plano de tierra para realizar la conexión de C_t (fig. 8). El valor de L_t , se puede estimar midiendo la frecuencia de resonancia (f_{res}) de Z_{HL} (8). Para $C_t \approx 100 \text{ pF}$, $f_{res} > 110 \text{ MHz}$, que queda fuera del margen de medida. Con $C_t \approx 322 \text{ pF}$, $f_{res} \approx 70,3 \text{ MHz}$, y se obtiene $L_t \approx 16 \text{ nH}$.

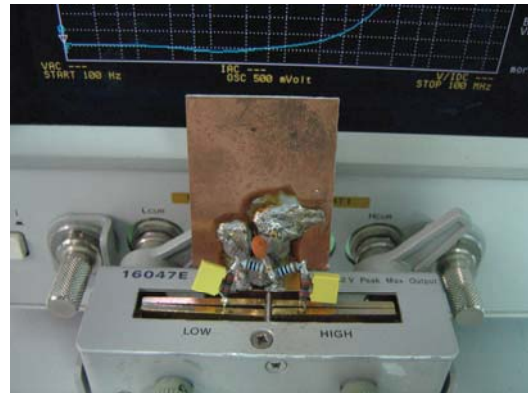


Fig. 8. Fotografía del experimento 1, red RC con un plano de tierra para minimizar la inductancia (L_t) y resistencia (R_t) de la conexión de C_t a tierra.

En la fig. 9 se compara la medida de la parte real de la red de la fig. 2 cuando $C_t = 105,7 \text{ pF}$, con la parte real del modelo con conexión a tierra modificada (fig. 7), consistente en la ec. (4) más el término en ω^2 de la ec. (9). La resistencia de la conexión a tierra se ha estimado en unos $5,2 \Omega$, ajustando la curva del modelo a la medida. Se observa que ahora las medidas y el modelo coinciden a alta y a baja frecuencia, y que a frecuencias medias (zona plana) hay un offset debido al término $R_x C_t/C_e$, lo cual confirma la predicción del efecto de la inductancia y resistencia parásitas de la conexión a tierra. De todas formas, este error es propio del experimento, no del sistema de medida, porque un acoplamiento a tierra desde el cuerpo de la impedancia que se está midiendo carece de

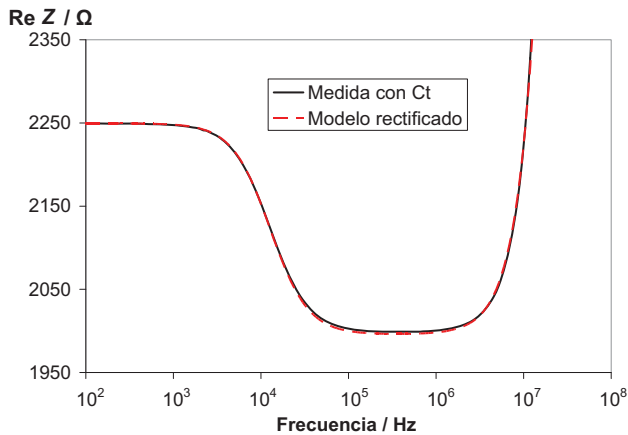


Fig. 9. Valor teórico y medida de la parte real de la impedancia de la red de la fig. 2 cuando $R_e = 126,8 \Omega$, $C_e = 98,6 \text{ nF}$ y $R_x = 1995,9 \Omega$ y la conexión a tierra se modela según la fig. 7 con $C_t = 105,7 \text{ pF}$, $L_t = 16 \text{ nH}$ y $R_t = 5,2 \Omega$.

inductancia y resistencia. No obstante, este perfeccionamiento del modelo puede ayudar a modelar situaciones de medida de impedancia cerca de planos metálicos conectados físicamente a tierra.

Los resultados al medir la impedancia de un volumen de agua encerrado en un tubo de plástico PVC (experimento 2) se muestran en las figuras 10 (parte real) y 11 (parte imaginaria), para dos situaciones distintas: cuando el acoplamiento a tierra es el que queda establecido espontáneamente según la situación relativa del tubo respecto al plano de tierra, que ahora es la cubierta metálica del instrumento, y cuando se conecta el anillo central del tubo a tierra (fig. 12); C_t ($\approx 27 \text{ pF}$) es la capacidad formada entre el anillo, el PVC y el volumen de agua. En las figuras 10 y 11 se observa que tanto la parte real como la parte imaginaria aumentan a partir de 1 MHz, aproximadamente, mientras que por debajo de 1 MHz los resultados no cambian al conectar el anillo a tierra. La ausencia en la fig. 10 de offset entre las medidas con los dos valores distintos de C_t , sugiere que C_e/C_t es muy grande, como

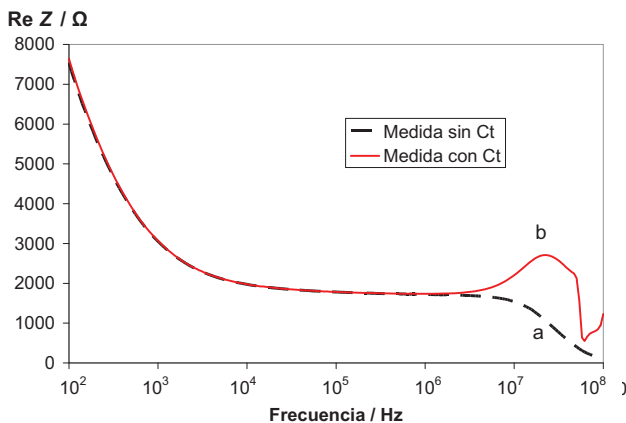


Fig. 10. Parte real de la impedancia de un volumen de 130 cm^3 de agua dentro de un tubo de plástico y medida con dos electrodos metálicos cilíndricos inmersos en ella, cuando (a) el único acoplamiento a tierra es el debido a la situación del tubo respecto al plano de tierra y (b) cuando se conecta a tierra un anillo metálico que circunda el tubo.

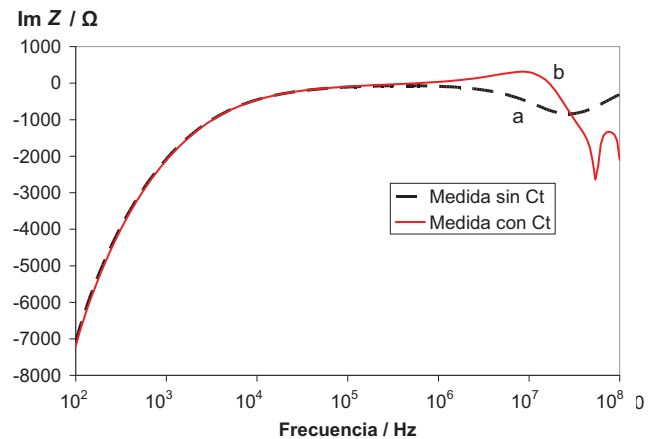


Fig. 11. Parte imaginaria de la impedancia de un volumen de 130 cm^3 de agua dentro de un tubo de plástico y medida con dos electrodos metálicos cilíndricos inmersos en ella, cuando (a) el único acoplamiento a tierra es el debido a la situación del tubo respecto al plano de tierra y cuando (b) se conecta a tierra un anillo metálico que circunda el tubo.



Fig. 12 Fotografía del experimento 2, medida de un volumen conductor, tubo de PVC, con dos electrodos en contacto con el agua del interior del tubo y con un anillo metálico, entre los electrodos y que circunda el tubo, conectado a tierra

cabe esperar en electrodos metálicos inmersos en agua. Se observa también que cuando C_t es grande (anillo conectado a tierra), a alta frecuencia la parte imaginaria es positiva, hecho que quizá podría explicar los valores de fase positivos reportados en [10] y el aumento a partir de 500 kHz de la parte imaginaria al medir bioimpedancias [11], aunque en ambos casos medían con cuatro electrodos.

Un fenómeno adicional que se observa en las figuras 10 y 11 es que por debajo de 100 Hz la parte real de la impedancia sigue creciendo mientras que la parte imaginaria decrece. Esto sugiere que el producto $R_e C_e$ es relativamente grande, de modo que, una vez conocida R_x , se puede determinar C_e a partir de la evolución de la impedancia a frecuencias medias, pero para determinar R_e habría que medir a una frecuencia mucho más baja.

A frecuencias cercanas a 100 MHz se observan comportamientos no descritos por los modelos considerados, quizá porque la aproximación casi estática del problema electromagnético ya no es válida. Entrarían aquí, por ejemplo,

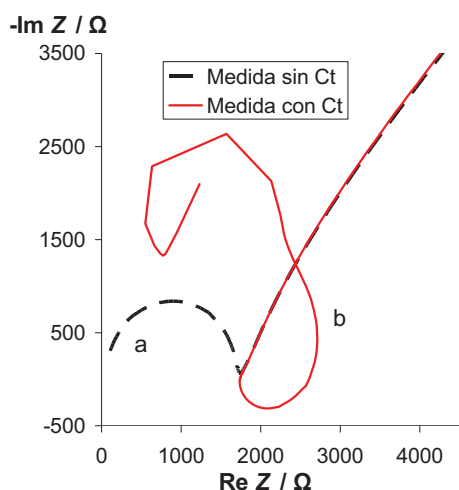


Fig. 13 Diagrama de Cole para la impedancia de un volumen de 130 cm³ de agua dentro de un tubo de plástico, cuando se mide con dos electrodos metálicos cilíndricos inmersos en ella y (a) el único acoplamiento a tierra es el debido a la situación del tubo respecto al plano de tierra (línea negra) o (b) cuando se conecta a tierra un anillo metálico que circunda el tubo.

las resonancias del cable que conecta el anillo a tierra (fig. 12).

La fig. 13 muestra el diagrama de Cole de la impedancia medida en el experimento 2 (volumen de agua conductora). En la medida sin forzar el acoplamiento a tierra (anillo desconectado), el comportamiento a baja frecuencia corresponde a un elemento de fase constante (línea recta), mientras que a frecuencias mayores hay un semicírculo que corresponde a una red RC : la resistencia del agua en paralelo con una capacidad debida a la permitividad de ésta. En las figuras 10 y 11, esta “relajación” (decrecimiento de la impedancia con la frecuencia) se observa a partir de 10 MHz, e indica que la parte capacitiva de Z_x empieza a ser importante. Cuando se fuerza el acoplamiento capacitivo a tierra (anillo conectado), se sigue observando el elemento de fase constante a baja frecuencia, pero la relajación a alta frecuencia queda enmascarada por los efectos de C_t .

IV. CONCLUSIONES

El acoplamiento capacitivo a tierra desde el cuerpo de una impedancia que se mide con dos terminales, ninguno de los cuales está conectado a tierra, introduce elementos resistivos, capacitivos e inductivos nuevos respecto a los que hay entre los dos terminales de medida. Estos componentes nuevos son llamados artefactos por algunos autores [13], y su origen en el caso de medir, mediante contactos óhmicos, resistencias de valor elevado que tienen una pantalla conectada a tierra, fue analizado hace tiempo [2].

En este trabajo se ha demostrado teórica y experimentalmente que si la impedancia de los contactos es importante, tal como sucede por ejemplo al medir un volumen

conductor empleando electrodos, su valor contribuye a los elementos nuevos que aparecen en el resultado de la medida. Dado que la impedancia que se mide, normalmente se modela como una red RC , el más inesperado de dichos elementos nuevos es una inductancia que se manifiesta en valores de fase positivos para la impedancia a alta frecuencia. Si la capacidad de los electrodos es mucho mayor que el acoplamiento capacitivo a tierra, el valor de la resistencia del conductor entre los dos electrodos se puede determinar con poco error midiendo a frecuencias medias. Si el acoplamiento a tierra es debido a un apantallamiento, la inductancia y resistencia de su conexión a tierra, afecta a la parte real de la impedancia medida.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el soporte técnico de Francisco Javier López.

REFERENCES

- [1] Kibble, B., Williams, J., Henderson, L., et al., *A guide to measuring resistance and impedance below 1 MHz*, London, The Institute of Measurement and Control (NPL), 1999.
- [2] Hague, B., Foord, T.R., *Alternating current bridge methods*, 6th Ed., London, Pitman, 1971.
- [3] *The Impedance Measurement Handbook, A Guide to Measurement Technology and Techniques*, Agilent Technologies Co. Ltd., 2006.
- [4] Pallàs Areny, R., *Instrumentos electrónicos básicos*, Barcelona, Marcombo, 2006.
- [5] Yang, W., “A self-balancing circuit to measure capacitance and loss conductance for industrial transducer applications,” *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 45, no. 6, pp. 955-958, Dec. 1996.
- [6] Coster, H. G. L., Chilcott, T. C., Coster, A. C. F., “Impedance spectroscopy of interfaces, membranes and ultrastructures,” *Bioelectrochem. Bioenerg.*, 40, pp. 79-98, 1996.
- [7] Geddes, L. A., “Historical evolution of circuit models for the electrode-electrolyte interface,” *Ann. Biomed. Eng.*, vol. 25, pp. 1-14, 1997.
- [8] Pallàs-Areny, R., Colominas, J., “Simple, fast method for patient body capacitance and power-line electric interference measurement,” *Med. & Biol. Eng. & Comput.*, vol. 39, pp. 561-563, 1991.
- [9] Serrano, R. E., Gasulla, M., Casas, O., Pallàs-Areny, R., “Power line interference in ambulatory biopotential measurements,” *Proc. 25th Ann. Int. Conf. IEEE EMBS*, vol. 4, pp. 3024-3027, 2003.
- [10] Gersing, E., Schäfer, M., Osypka, M., “The appearance of positive phase angles in impedance measurements on extended biological objects,” *Innov. Tech. Biol. Med.*, vol. 16, pp. 71-76, 1995.
- [11] Scharfetter, H., Hartinger, P., Hinghofer-Szalkay, H., Hutten, H., “A model of artefacts produced by stray capacitance during whole body or segmental bioimpedance spectroscopy,” *Physiol. Meas.*, vol. 19, pp. 247-261, 1998.
- [12] Casas, O., *Contribución a la obtención de imágenes paramétricas en tomografía de impedancia eléctrica para la caracterización de tejidos biológicos*, Tesis doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya, 1998.
- [13] Fletcher, S., “The two-terminal equivalent network of a three-terminal electrochemical cell,” *Electrochem. Commun.*, 3, pp. 692-696, 2001.

C. Aliau y R. Pallàs Areny son, ambos, profesores en la Escuela de Ingeniería de Telecomunicaciones y Aeroespacial de Castelldefels (EETAC) y en la Escuela Superior de Agricultura de Barcelona (ESAB) e investigan en el Grupo de Instrumentación, Sensores e Interfaces del Departamento de Ingeniería Electrónica de la UPC, c/ Esteve Terradas 7, 08860 Castelldefels, Barcelona (carles.aliau@upc.edu).